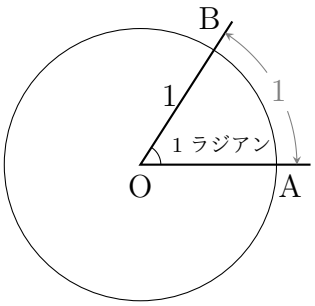
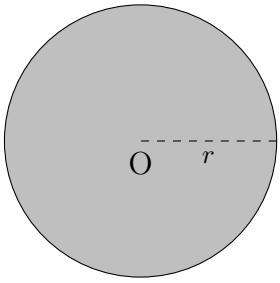
扇形の弧の長さと面積

半径 1 の円の円周上の，長さ 1 の弧に対応する中心角を 1 ラジアンとするとき，この 1 ラジアンを単位とする角の大きさの表し方を弧度法というのであった．

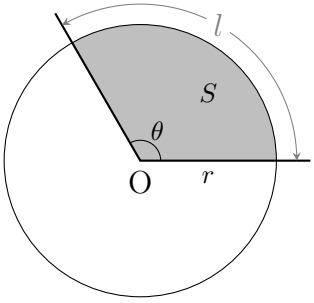


以下では，角の大きさはすべて弧度法を用いて表す．半径が r の円において，その円周の長さは $2\pi r$ であり，面積は πr^2 であった．



円周の長さ ： $2\pi r$
面積 ： πr^2

この事を用いて，扇形の弧の長さと面積を求めてみよう．半径が r，中心角が θ の扇形において，その弧の長さを l，面積を S とする．



扇形の弧の長さ ： l
扇形の面積 ： S

扇形の弧の長さは中心角に比例する，すなわち，

$$l : 2\pi r = \theta : 2\pi$$

が成り立つので，これから，$l = r\theta$ を得る．また，扇形の面積も中心角に比例する，すなわち，

$$S : \pi r^2 = \theta : 2\pi$$

が成り立つので，これから，$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta = \dfrac{1}{2}rl$ を得る．結果をまとめておく．

扇形の弧の長さと面積

半径が r，中心角が θ の扇形において，その弧の長さを l，面積を S とすると，次が成り立つ．

$$l = r\theta, \qquad S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$$