ベクトルの成分

座標平面上（直交座標）に，２点

$$\mathrm{E}_1(1,0) \quad , \quad \mathrm{E}_2(0,1)$$

をとり，２つのベクトル

$$\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{\mathrm{OE}_1} \quad , \quad \overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{\mathrm{OE}_2} \qquad (1)$$

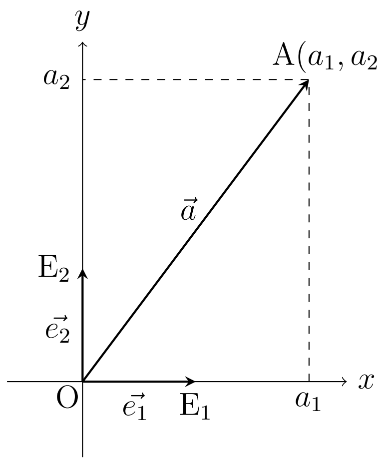
を考える．$\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ は，一次独立なので，任意のベクトル $\overrightarrow{a}$ に対して，ある実数 a_1，a_2 が存在して，

$$\overrightarrow{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} \qquad (2)$$

と表せる．この表し方は，一意的であったから，単に

$$\overrightarrow{a} = (a_1, a_2) \qquad (3)$$

と表しても問題はない．



定義.
- (1) の２つのベクトル $\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ を**基本ベクトル**という．
- (2) の表し方を，**基本ベクトル表示** という．
- $\overrightarrow{a}$ に対して定まる２つの実数 a_1，a_2 を $\overrightarrow{a}$ の**成分**といい，a_1 を x **成分**，a_2 を y **成分**という．
- (3) の表し方を，**成分表示** という．

注意. ベクトル $\overrightarrow{a}$ の成分表示 (a_1, a_2) は，上の図からもわかるように，$\overrightarrow{a}$ の始点を原点においたときの終点の座標に他ならない．

ベクトルの成分表示と大きさについて次が成り立つ．（三平方の定理から明らか．）

> $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2)$ の大きさは，$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ である．

次の結果から，ベクトルの演算は，成分ごとの演算と考えることができる．

ベクトルの相等・和・差・実数倍

- $(a_1, a_2) = (b_1, b_2) \iff a_1 = b_1, a_2 = b_2$
- $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$
- $(a_1, a_2) - (b_1, b_2) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$
- $k(a_1, a_2) = (ka_1, ka_2) \qquad (k \in \mathbb{R})$

証明. ベクトルの相等については，上の注意で言及したように，座標の一致からわかる．

以下では，$\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ を基本ベクトルとする．和・差・実数倍については，次のように基本ベクトル表示を用いて証明することができる．

$$\begin{aligned}(a_1, a_2) \pm (b_1, b_2) &= a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} \pm (b_1\overrightarrow{e_1} + b_2\overrightarrow{e_2}) \\ &= (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k(a_1, a_2) &= k(a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2}) \\ &= ka_1\overrightarrow{e_1} + ka_2\overrightarrow{e_2} = (ka_1, ka_2)\end{aligned}$$

□