様々な事象の定義と集合との対応

定義.
- 同じ条件下で繰り返し行うことのできる実験や観察などのことを**試行**といい，
- 試行によって，起こる結果のことを**事象**という．

定義. ある試行において，

- 起こり得る全ての事象を合わせて，その試行の**全事象**といい，
- １つだけの結果からなる事象のことを**根元事象**という．

例. さいころを１つ投げるという<u>試行</u>において，

- <u>事象</u>とは，「奇数の目が出る」などの結果のことである．
- また，「１～６のどれかの目が出る」という事象は<u>全事象</u>であって，
- <u>根元事象</u>は，「1 の目が出る」，「2 の目が出る」，$\cdots$ などという事象のことである．

ある試行において，次のように事象と集合とを対応させて考えることができる．

全事象 U	$\longleftrightarrow$	全体集合 U
ある事象 A	$\longleftrightarrow$	U のある部分集合 A
根元事象	$\longleftrightarrow$	１つの要素からなる集合

例. さいころを１つ投げるという試行において，事象と集合の対応は次の通りである．

全事象 U	:	「１～６のどれかの目が出る」	$\longleftrightarrow$	全体集合 U	$=$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
事象 A	:	「奇数の目がでる」	$\longleftrightarrow$	集合 A	$=$	$\{1,3,5\}$
根元事象 E_1	:	「１の目が出る」	$\longleftrightarrow$	集合 E_1	$=$	$\{1\}$
根元事象 E_2	:	「２の目が出る」	$\longleftrightarrow$	集合 E_2	$=$	$\{2\}$
$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$

さらに，根元事象と，１つの要素からなる集合が対応していることに着目すると，ある事象の起こる場合の数[1] と，対応する集合の要素の数が一致していることもわかる．

事象 A	$\longleftrightarrow$	集合 A
事象 A の起こる場合の数	$=$	A の要素の数 $n(A)$

上で見たように，ある試行に対して，根元事象と１つの要素からなる集合を対応させることで，全事象と全体集合は１対１に対応し，その他の全ての事象は，全体集合のある部分集合と対応させることができるのであった．よって，今後は，<u>事象と集合を断りなしに同一視する</u>．すなわち，これまでは，事象に対応する集合という形で集合を考えていたが，集合に対応する事象という形である事象を考えることもできる．

定義.
- ある集合に対応する事象のことを，**その集合で表される事象**という．
- 空集合 $\varnothing$ で表される事象を**空事象**という．

注意. 集合に対応する事象という形で，全事象や根元事象の定義を言い換えると次のようになる：全事象とは，全体集合 U で表される事象のことであり，根元事象とは，全体集合 U の１つの要素からなる集合で表される事象のことである．

[1]事象の起こり方の総数のこと．

次に積事象，和事象，余事象を定義する．

定義. ある試行における２つの事象 A, B に対して，

- 「A と B がともに起こる」という事象を A と B の**積事象**という．
- 「A または B が起こる」という事象を A と B の**和事象**という．
- 「A が起こらない」という事象を A の**余事象**という．

例えば，積事象は，集合 A と集合 B のどちらにも属する要素全体の集合，すなわち，A と B の共通部分 $A\cap B$ で表される集合である．同様に考えて，和事象，余事象は，それぞれ，和集合や補集合で表される集合である．

$$\begin{array}{ccc} A\text{ と }B\text{ の積事象} & \longleftrightarrow & A\text{ と }B\text{ の共通部分 }A\cap B \\ A\text{ と }B\text{ の和事象} & \longleftrightarrow & A\text{ と }B\text{ の和集合 }A\cup B \\ A\text{ の余事象} & \longleftrightarrow & A\text{ の補集合}\overline{A} \end{array}$$

例. さいころを１つ投げるという試行において，事象 A, B を次のように定める：

事象 A :「奇数の目が出る」，　　　事象 B :「３以下の目が出る」

このとき，それぞれの事象と対応する集合は，

$$A=\{1,3,5\}, \qquad B=\{1,2,3\}$$

であって，積事象，和事象，余事象に対応する集合は次の通りである．

$$\begin{array}{rcllcrcl} A\text{ と }B\text{ の積事象} & : & \text{「奇数かつ３以下の目が出る」} & \longleftrightarrow & A\text{ と }B\text{ の共通部分 }A\cap B & = & \{1,3\} \\ A\text{ と }B\text{ の和事象} & : & \text{「奇数または３以下の目が出る」} & \longleftrightarrow & A\text{ と }B\text{ の和集合 }A\cup B & = & \{1,2,3,5\} \\ A\text{ の余事象} & : & \text{「奇数の目が出ない」} & \longleftrightarrow & A\text{ の補集合}\overline{A} & = & \{2,4,6\} \end{array}$$

次に２つの事象においての排反という関係を定義する．

定義.

- ある試行における２つの事象 A, B に対して，事象 A, B が同時には起こらないとき，A と B **は互いに排反である**，または，**互いに排反事象である**という．
- ある試行における３つ以上の事象が**互いに排反である**とは，どの２つの事象も互いに排反であるときをいう．

互いに排反である事象 A, B に対して，対応する集合を A, B とすると，これは，A と B に共通の要素がないということである．すなわち，次が成り立つ．

事象 A, B は互いに排反である．$\Longleftrightarrow A\cap B=\varnothing$

途中，事象と集合を断りなしに同一視すると述べたが，これは記号に対しても同様である．すなわち，ある試行における事象 A, B に対して，

- A と B の積事象のことを $A\cap B$,
- A と B の和事象のことを $A\cup B$,
- A の余事象のことを $\overline{A}$,
- 空事象のことを $\varnothing$,
- A と B が互いに排反であることを $A\cap B=\varnothing$,
- A の起こる場合の数を $n(A)$

などと表す．また，集合と同一視できることから，事象についても，ド・モルガンの法則などの集合に関する命題や，$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ などの集合の要素に関する命題が適用できる．