



三角形の五心（外心・内心・傍心）

三角形において、次の条件を満たす3本の直線は、必ず1点で交わることが知られている。

定理 (五心の決定). 三角形において、次の3本の直線は、必ず1点で交わる。

1. 3つの辺の垂直二等分線.
2. 3つの内角の二等分線.
3. 1つの頂点の内角の二等分線と、他の2つの外角の二等分線.

上の定理における交点は次のように呼ばれる。

定義. 三角形において、

1. 3つの辺の垂直二等分線の交点を外心という.
2. 3つの内角の二等分線の交点を内心という.
3. 1つの頂点の内角の二等分線と、他の2つの外角の二等分線の交点を傍心という.

外心、内心、重心、垂心、傍心をまとめて、三角形の五心という¹。

次に、五心の基本的な性質を紹介する。

定理 (五心の性質). 三角形において、

1. 外心は、3頂点から等距離にある.
2. 内心は、3辺から等距離にある.
3. 傍心は、1つの辺と他の2辺の延長線から等距離にある.

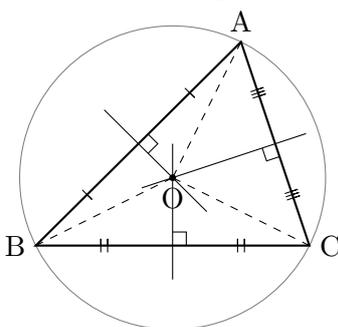
上の定理から、次のように、外心、内心、傍心を中心とする円を定義できる。

定義. 三角形において、

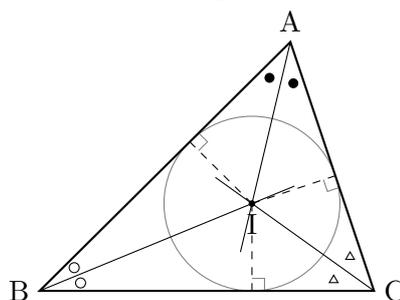
1. 外心を中心として、3頂点を通る円を、外接円という.
2. 内心を中心として、3辺に接する円を、内接円という.
3. 傍心を中心として、1つの辺と他の2辺の延長線に接する円を、傍接円という.

注意. 1つの三角形において、外心、内心、重心、垂心はそれぞれ1つだが、傍心は3つあることに注意する。これらを区別するために、例えば、 $\triangle ABC$ において、頂点Aの内角の二等分線と頂点B,Cの外角の二等分線の交点は、頂角A内の傍心と呼ばれることもある。また、傍心が3つあるので、それぞれを中心とする傍接円も3つある。

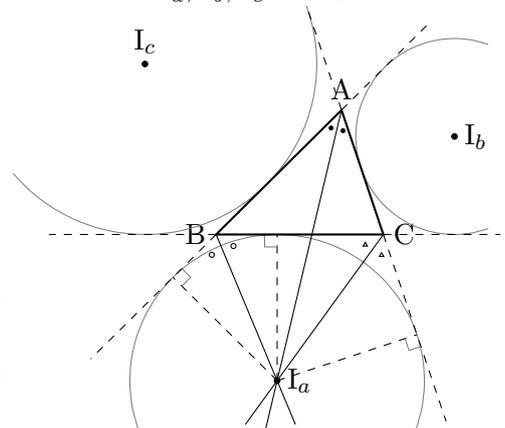
外心Oと外接円



内心Iと内接円



傍心 I_a, I_b, I_c と傍接円



¹ 重心と垂心については、「三角形の五心（重心・垂心）」
<https://gleamath.com/five-center-of-triangle02> を参照。

