



問題. 等差数列・等比数列に関する次の問いに答えよ.

(1). 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ. (2). 次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

(i). 初項 : 2, 公差 : 3.

(i). 初項 : 3, 公比 : 2.

(ii). 初項 : 2, 第 5 項 : 14.

(ii). 初項 : 3, 第 4 項 : 24.

(iii). 公差 : 3, 第 11 項 : 32.

(iii). 公比 : 2, 第 7 項 : 192.

(iv). 第 7 項 : 20, 第 13 項 : 38.

(iv). 第 3 項 : 12, 第 6 項 : 96.

一般項を求めよう（等差数列・等比数列）

問題. 等差数列・等比数列に関する次の問いに答えよ.

- (1). 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ. (2). 次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.
- (i). 初項 : 2, 公差 : 3. (i). 初項 : 3, 公比 : 2.
- (ii). 初項 : 2, 第 5 項 : 14. (ii). 初項 : 3, 第 4 項 : 24.
- (iii). 公差 : 3, 第 11 項 : 32. (iii). 公比 : 2, 第 7 項 : 192.
- (iv). 第 7 項 : 20, 第 13 項 : 38. (iv). 第 3 項 : 12, 第 6 項 : 96.

初項 : a , 公差 : d の等差数列の一般項は,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

と表せるのであった. つまり,

a と d がわかれば, 一般項が求まる.

初項 : a , 公比 : r の等比数列の一般項は,

$$a_n = ar^{n-1}$$

と表せるのであった. つまり,

a と r がわかれば, 一般項が求まる.

以上を踏まえて, 一般項を求める問題をタイプ別に分類すると次のようになる.

難易度	(1) 等差数列	(2) 等比数列
★	(i) a, d から a_n を求める.	(i) a, r から a_n を求める.
★★	(ii) $a, a_{\square}$ から, <u>d を求めて</u> , a_n を求める.	(ii) $a, a_{\square}$ から, <u>r を求めて</u> , a_n を求める.
★★	(iii) $d, a_{\square}$ から, <u>a を求めて</u> , a_n を求める.	(iii) $r, a_{\square}$ から, <u>a を求めて</u> , a_n を求める.
★★★	(iv) $a_{\square}, a_{\triangle}$ から, <u>a, d を求めて</u> , a_n を求める.	(iv) $a_{\square}, a_{\triangle}$ から, <u>a, r を求めて</u> , a_n を求める.

解. それぞれ次のように計算できる.

- (1). (i). 一般項の公式から,

$$a_n = 2 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 1.$$
- (ii). $14 = a_5 = 2 + (5 - 1)d$ より, $d = 3$.
 よって, $a_n = 2 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 1$.
- (iii). $32 = a_{11} = a + (11 - 1) \cdot 3$ より, $a = 2$.
 よって, $a_n = 2 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 1$.
- (iv). $20 = a_7 = a + (7 - 1)d$ と,
 $38 = a_{13} = a + (13 - 1)d$ から,
 連立方程式 $\begin{cases} a + 6d = 20 \\ a + 12d = 38 \end{cases}$ を解き,
 $\begin{cases} a = 2 \\ d = 3 \end{cases}$ が得られる.
 よって, $a_n = 2 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 1$.
- (2). (i). 一般項の公式から,

$$a_n = 3 \cdot 2^{n-1}.$$
- (ii). $24 = a_4 = 3r^{4-1}$ より, $r = 2$.
 よって, $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.
- (iii). $192 = a_7 = a \cdot 2^{7-1}$ より, $a = 3$.
 よって, $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.
- (iv). $12 = a_3 = ar^{3-1}$ と,
 $96 = a_6 = ar^{6-1}$ から,
 連立方程式 $\begin{cases} ar^2 = 12 \\ ar^5 = 96 \end{cases}$ を解き,
 $\begin{cases} a = 3 \\ r = 2 \end{cases}$ が得られる.
 よって, $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

□