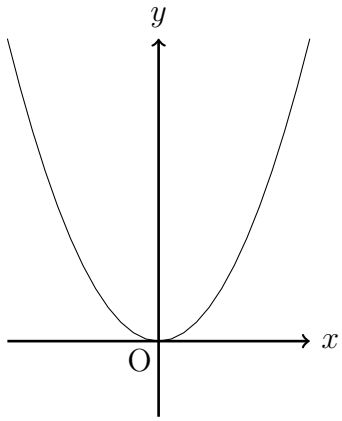
２次関数のグラフ

定義.

- ２つの変数 x, y に対して，x の値を１つ決めると，y の値が１つ決まるとき，y は x の**関数**であるといい，$y = f(x)$ とかく．
- 関数 $y = f(x)$ に対して，座標平面上において，等式 $y = f(x)$ が成り立つような点 (x, y) 全体からなる図形をこの関数の**グラフ**という
- ２次式で表される関数の事を**２次関数**という．

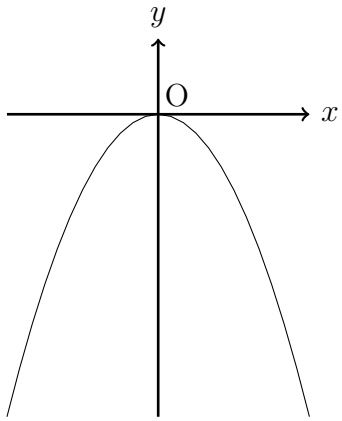
２次関数のグラフ

1. $y = ax^2 \quad (a > 0)$



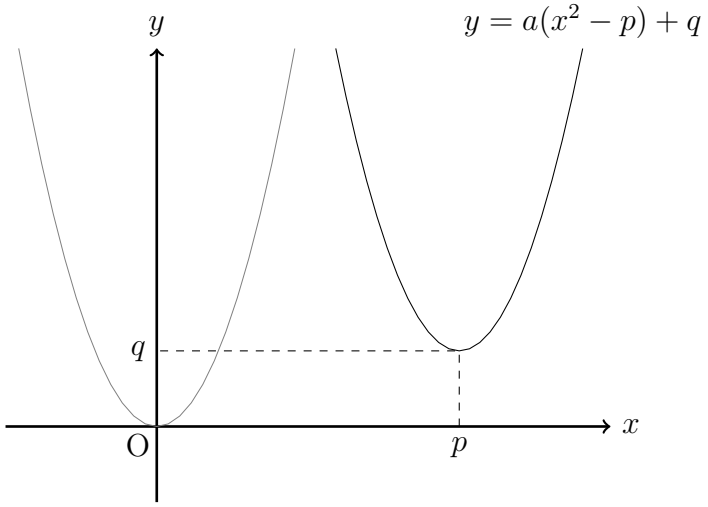
グラフの形 ： 下に凸
軸 ： $x = 0$ （y 軸）
頂点 ： $(0, 0)$ （原点）

2. $y = ax^2 \quad (a < 0)$



グラフの形 ： 上に凸
軸 ： $x = 0$ （y 軸）
頂点 ： $(0, 0)$ （原点）

3. $y = a(x^2 - p) + q \quad (a > 0)$



このグラフは，
もとのグラフ $y = ax^2$ を
x 軸の正の方向に p だけ，
y 軸の正の方向に q だけ，
平行移動させたグラフと
考える事ができる．

グラフの形 ： 下に凸
軸 ： $x = p$
頂点 ： (p, q)

$y = ax^2 + bx + c$ の形の２次関数は，

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

と平方完成することで，$y = ax^2$ のグラフを平行移動したグラフである事が分かる．
軸は，$x = -\dfrac{b}{2a}$ であり，頂点は，$\left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ である．

注意．２次関数の平行移動に関して補足しておく．

２次関数 $y = ax^2$ を C として，C を

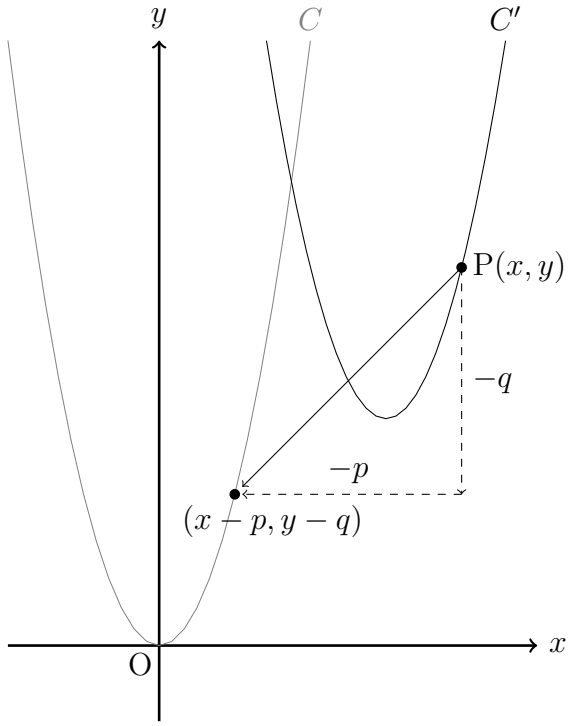
$$\left.\begin{array}{l} x \text{ 軸方向に } p \\ y \text{ 軸方向に } q \end{array}\right\} \cdots (※)$$

だけ平行移動させたグラフを C' とする．
このとき，C' の方程式を求めてみよう．

C' 上の点 $\mathrm{P}(x, y)$ をとる．点 P を，
（※）とは逆の平行移動，すなわち，

$$\left.\begin{array}{l} x \text{ 軸方向に } -p \\ y \text{ 軸方向に } -q \end{array}\right\} \cdots (※) \text{ の逆}$$

だけ平行移動させた点 $(x - p, y - q)$ は，C 上の点なので，C の方程式を満たす．よって，

$$y - q = a(x - p)^2$$

が成り立つ．これが，C' の方程式である．