三角関数のグラフ

定義.
- 関数 $f(x)$ が**周期関数**であるとは，任意の x に対して，0 でない定数 p が存在して，

$$f(x+p)=f(x)$$

を満たすときをいう．このような p のうち，正で最小のものを，その**周期**という．
- 関数 $f(x)$ が**奇関数**であるとは，任意の x に対して，$f(-x)=-f(x)$ を満たすときをいう．
- 関数 $f(x)$ が**偶関数**であるとは，任意の x に対して，$f(-x)=f(x)$ を満たすときをいう．

注意.
- $f(x+p)=f(x)$ を満たすなら，任意の整数 m に対して，

$$f(x+mp)=f(x+(m-1)p+p)=f(x+(m-1)p)=\cdots=f(x)$$

が成り立つ．よって，周期の定義における「正で最小のもの」という条件は必要である．（これがががなければ，周期は 1 つに決まらない．）
- 奇関数のグラフは，その定義からわかるように，原点に関して対称なグラフである．
- 偶関数のグラフは，その定義からわかるように，y 軸に関して対称なグラフである．

…………………………………………………………………………

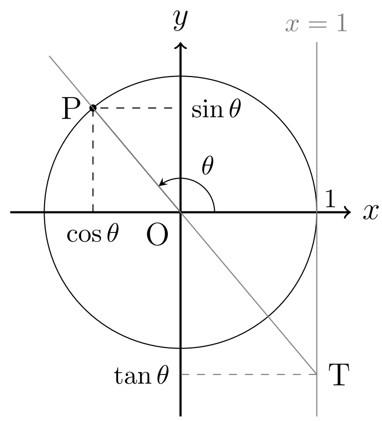
一般角 θ を表す動径と，中心が原点 O である単位円との交点を P とすると，三角関数の定義から，点 P の座標は，

$$\mathrm{P}(\cos\theta,\sin\theta)$$

と書ける．また，このとき，$\tan\theta$ は，直線 OP の傾きなので，直線 OP と，直線 $x=1$ の交点を T とすると，点 T の座標は，

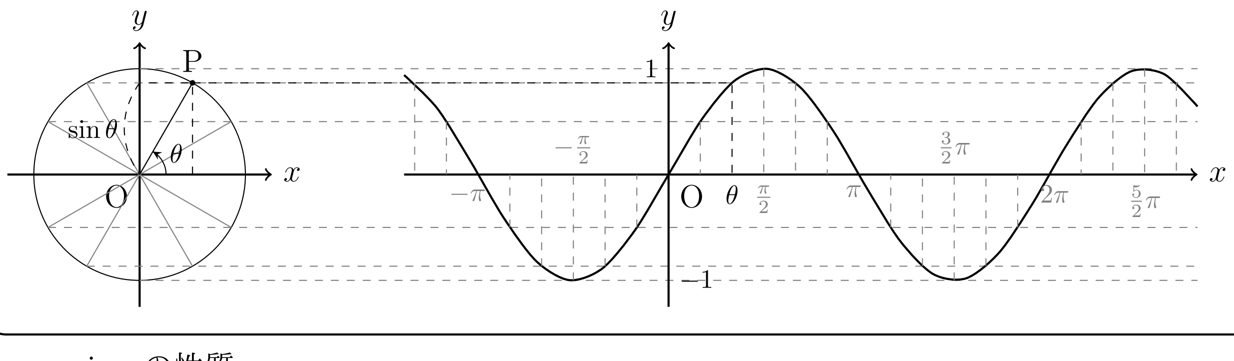
$$\mathrm{T}(0,\tan\theta)$$

と書けるのであった．



このことを用いて，三角関数のグラフを描いてみよう．

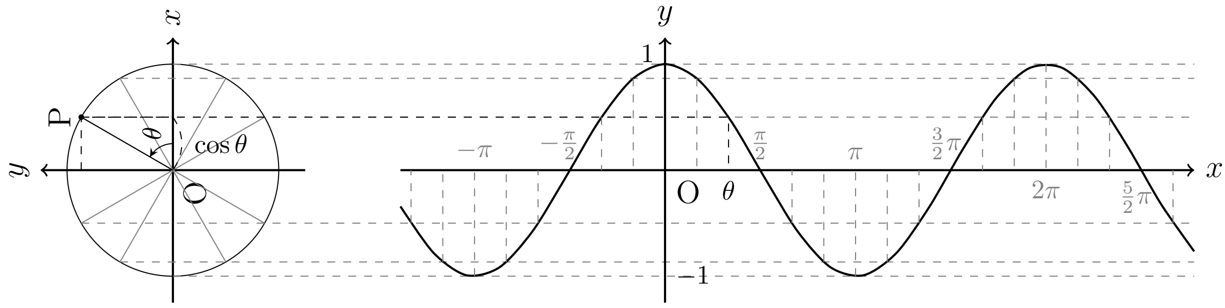
$y=\sin x$ のグラフ



$y=\sin x$ の性質

関数 $y=\sin x$ は，周期関数であり，その周期は 2π である．さらに，奇関数でもある．

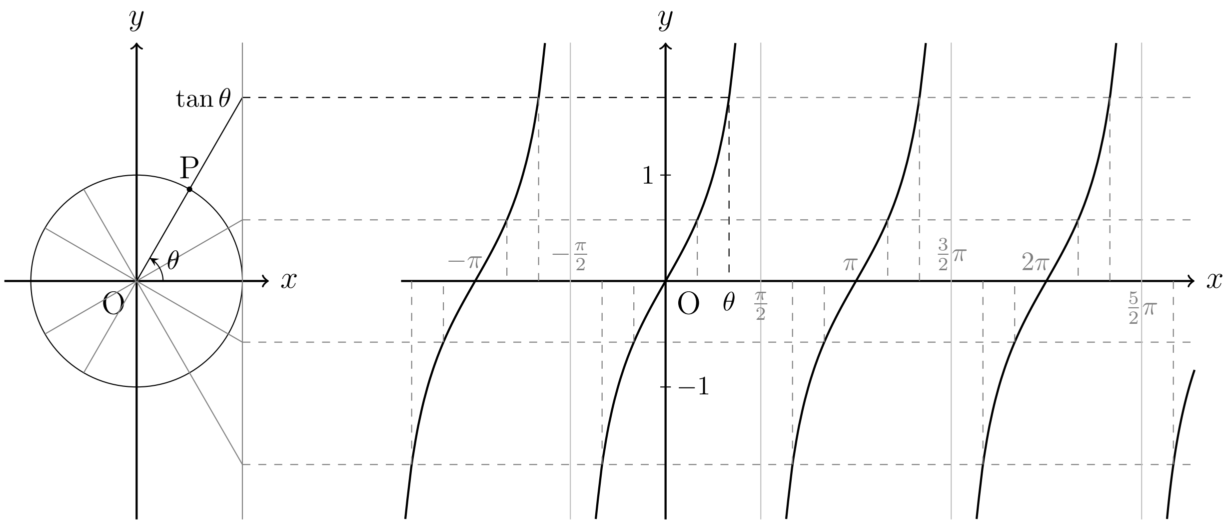
$y=\cos x$ のグラフ



$y=\cos x$ の性質

関数 $y=\cos x$ は，周期関数であり，その周期は 2π である．さらに，偶関数でもある．

$y=\tan x$ のグラフ



$y=\tan x$ の性質

関数 $y=\tan x$ は，周期関数であり，その周期は π である．さらに，奇関数でもある．

補足. グラフの形から，これまでに学んだ様々な三角関数の性質を見てとることができる．例えば，$y=\sin x$ のグラフを，x 軸の方向に $-\frac{\pi}{2}$ だけ平行移動させると，$y=\cos x$ のグラフに一致することがわかる．これは，等式

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$$

が成り立つことに他ならないし，$y=\tan x$ のグラフが，$x=\frac{\pi}{2}+n\pi$（n は整数）のところで途切れているのが，

$$\tan x \text{ が，} x=\frac{\pi}{2}+n\pi \text{ で定義されない}$$

理由である．さらに，全ての x に対して，

$$-1\leq \sin x\leq 1$$

が成り立つなどの性質もグラフから見てとれるであろう．