基本的な関数の不定積分

不定積分の定義から，連続関数 $f(x)$ に対して，

$$F'(x) = f(x) \iff \int f(x)dx = F(x) + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

が成り立つのであった．これと導関数の公式[1]から次が成り立つ．

基本的な関数の不定積分

以下で，C は積分定数とする．

- $\displaystyle\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq 1)$
- $\displaystyle\int \frac{dx}{x} = \log|x| + C$
- $\displaystyle\int \sin x\ dx = -\cos x + C$
- $\displaystyle\int \cos x\ dx = \sin x + C$
- $\displaystyle\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$
- $\displaystyle\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\tan x} + C$
- $\displaystyle\int e^x dx = e^x + C$
- $\displaystyle\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C \quad (a > 0,\ a \neq 1)$

証明．それぞれの不定積分を微分して，被積分関数と一致することを確認すれば良い．

- $\displaystyle\left(\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C\right)' = \frac{\alpha+1}{\alpha+1}x^\alpha = x^\alpha$
- $\displaystyle(\log|x| + C)' = \frac{1}{x}$
- $(-\cos x + C)' = -(-\sin x) = \sin x$
- $(\sin x + C)' = \cos x$
- $\displaystyle(\tan x + C)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $\displaystyle\left(-\frac{1}{\tan x} + C\right)' = -\frac{-1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$
- $(e^x + C)' = e^x$
- $\displaystyle\left(\frac{a^x}{\log a} + C\right)' = \frac{a^x \log a}{\log a} = a^x$

以上より，主張が従う． □

[1] 導関数の公式は次を参照：

導関数の公式 https://gleamath.com/derivative-formulas/

対数関数の導関数 https://gleamath.com/derivative-logarithmic-funcs/

三角関数の導関数 https://gleamath.com/derivative-trigonometric-funcs/

指数関数の導関数 https://gleamath.com/derivative-exponential-funcs/