問題. 有限数列に関する次の問いに答えよ.

(1). 次の等差数列 $\{a_n\}$ の和を求めよ.

(i). 初項：2，末項：59，項数：20.

(ii). 初項：2，公差：3，項数：20.

(iii). 初項：2，公差：3，末項：59.

(iv). 公差：3，末項：59，項数：20.

(2). 次の等比数列 $\{a_n\}$ の和を求めよ.

(i). 初項：3，末項：96，項数：6.

(ii). 初項：3，公比：2，項数：6.

(iii). 初項：3，公比：2，末項：96.

(iv). 公比：2，末項：96，項数：6.

有限数列の和を求めよう（等差数列・等比数列）

問題. 有限数列に関する次の問いに答えよ．

(1). 次の等差数列 $\{a_n\}$ の和を求めよ．

(i). 初項：2，末項：59，項数：20.

(ii). 初項：2，公差：3，項数：20.

(iii). 初項：2，公差：3，末項：59.

(iv). 公差：3，末項：59，項数：20.

(2). 次の等比数列 $\{a_n\}$ の和を求めよ．

(i). 初項：3，末項：96，項数：6.

(ii). 初項：3，公比：2，項数：6.

(iii). 初項：3，公比：2，末項：96.

(iv). 公比：2，末項：96，項数：6.

初項 a，末項 l，項数 n の等差数列の和は，

$$S = \frac{1}{2}n(a+l)$$

と表せるのであった．つまり，

<u>a と l と n がわかれば，和が求まる．</u>

初項 a，公比 $r \neq 1$，項数 n の等比数列の和は，

$$S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

と表せるのであった．つまり，

<u>a と r と n がわかれば，和が求まる．</u>

以上を踏まえて，一般項を求める問題をタイプ別に分類すると次のようになる．

難易度	(1) 等差数列
⋆	(i) a, l, n から S を求める．
⋆⋆	(ii) a, d, n から，<u>l を求めて</u>，S を求める．
⋆⋆	(iii) a, d, l から，<u>n を求めて</u>，S を求める．
⋆⋆	(iv) d, l, n から，<u>a を求めて</u>，S を求める．

難易度	(2) 等比数列
⋆⋆	(i) a, l, n から，<u>r を求めて</u>，S を求める．
⋆	(ii) a, r, n から S を求める．
⋆⋆	(iii) a, r, l から，<u>n を求めて</u>，S を求める．
⋆⋆	(iv) r, l, n から，<u>a を求めて</u>，S を求める．

解．末項を，第 n 項と考えると，$l = a_n$ として一般項の公式が使えることに注意する．

(1). (i). 和の公式から，

$$S = \frac{1}{2} \cdot 20(2+59) = 610.$$

(ii). $l = a_{20} = 2 + (20-1) \cdot 3 = 59.$

よって，$S = \frac{1}{2} \cdot 20(2+59) = 610.$

(iii). $59 = l = a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$ より，$n = 20.$

よって，$S = \frac{1}{2} \cdot 20(2+59) = 610.$

(iv). $59 = l = a_{20} = a + (20-1) \cdot 3$ より，$a = 2.$

よって，$S = \frac{1}{2} \cdot 20(2+59) = 610.$

(2). (i). $96 = l = a_6 = 3r^{6-1}$ より，$r = 2.$

よって，$S = \frac{3(1-2^6)}{1-2} = 189.$

(ii). 和の公式から，

$$S = \frac{3(1-2^6)}{1-2} = 189.$$

(iii). $96 = l = a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ より，$n = 6.$

よって，$S = \frac{3(1-2^6)}{1-2} = 189.$

(iv). $96 = l = a_6 = a \cdot 2^{6-1}$ より，$a = 3.$

よって，$S = \frac{3(1-2^6)}{1-2} = 189.$

□